

# Matemática Básica - Cuadernillo - Corte 3

## Índice

|                                                                                                                                                                                                                                                      |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Semana 11 - Sesión 1</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>2</b>  |
| 1.1. Momento 1: Polinomios (división de polinomios)                                                                                                                                                                                                  | 2         |
| 1.2. Momento 2: Expresiones racionales con denominador $a \pm bx$ (dominio de definición)                                                                                                                                                            | 4         |
| <b>2. Semana 11 - Sesión 2</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>5</b>  |
| 2.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (ecuaciones que se reducen a ecuaciones vistas en el corte 2: $a \pm bx = c$ y $x^2 = d$ ; despejar cualquier variable en ecuaciones tipo $a \pm bc = d$ )                                                     | 5         |
| 2.2. Momento 2: Plantear ecuaciones (tipo $ax = b$ o $x + a = b$ ; o con dos variables y un número o variable a un lado de la igualdad)                                                                                                              | 6         |
| 2.3. Momento 3: Expresiones algebraicas (Simplificar expresiones racionales, $\frac{\text{polinomio}}{\text{polinomio}}$ , por medio de factorización usando los métodos aprendidos en el corte 2)                                                   | 7         |
| <b>3. Semana 12 - Sesión 1</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>9</b>  |
| 3.1. Momento 1: Radicales y Exponentes racionales                                                                                                                                                                                                    | 9         |
| 3.2. Momento 2: Solucionar ecuaciones (solucionar ecuaciones de tipo $x^n = d$ )                                                                                                                                                                     | 10        |
| 3.3. Momento 3: Polinomios (problemas geométricos de división de polinomios; factorizar polinomios de grado 2 con coeficiente principal igual a 1 sin usar aún fórmula cuadrática)                                                                   | 11        |
| <b>4. Semana 12 - Sesión 2</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>13</b> |
| 4.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones ( $p(x) = 0$ , con $p(x)$ ya factorizado con factores lineales; con variables a ambos lados de la ecuación)                                                                                                    | 13        |
| 4.2. Momento 2: Solucionar problemas (planteando ecuaciones con una variable y dos operaciones)                                                                                                                                                      | 14        |
| 4.3. Momento 3: Relación entre variables (en contexto y sin ecuaciones; primera definición de proporcionalidad directa; ¿cuándo puedo usar la regla de tres?)                                                                                        | 15        |
| <b>5. Semana 13 - Sesión 1</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>17</b> |
| 5.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones ( $p(x) = 0$ por medio de factorización: factor común, $x^2 + bx + c$ , reagrupación, productos especiales)                                                                                                    | 17        |
| 5.2. Momento 2: Relación entre variables (con ecuaciones y tablas; determinar proporcionalidad directa y uso de la regla de tres)                                                                                                                    | 18        |
| 5.3. Momento 3: Expresiones algebraicas (Simplificar expresiones racionales, $\frac{\text{polinomio}}{\text{polinomio}}$ , por medio de factorización usando los métodos aprendidos en el corte 2 y factorización de cuadráticas)                    | 19        |
| <b>6. Semana 13 - Sesión 2</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>20</b> |
| 6.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (de tipo $a(b \pm cx) = d$ de dos formas; de tipo $\frac{a}{x} = b$ )                                                                                                                                          | 20        |
| 6.2. Momento 2: Solucionar problemas (planteando ecuaciones con una sola variable que puede aparecer a ambos lados de la ecuación; con varias variables que fácilmente se reducen a una)                                                             | 20        |
| <b>7. Semana 14 - Sesión 1</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>22</b> |
| 7.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones ( $ax^2 + bx + c = 0$ usando la fórmula cuadrática; despejar cualquier variable en ecuaciones tipo $\frac{a \pm b}{c} = d$ , $\frac{a}{b \pm c} = d$ , $\frac{a}{b} \pm c = d$ o $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ) | 22        |
| 7.2. Momento 2: Relaciones entre variables (razones y proporciones; segunda definición de proporcionalidad directa; ¿cuándo puedo usar la regla de tres?)                                                                                            | 24        |
| 7.3. Momento 3: Solucionar problemas                                                                                                                                                                                                                 | 26        |
| <b>8. Semana 14 - Sesión 2</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>27</b> |
| 8.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (con variables a ambos lados que se reducen a $ax^2 + bx + c = 0$ o a $dx^n(ax^2 + bx + c) = 0$ )                                                                                                              | 27        |
| 8.2. Momento 2: Solucionar problemas (a partir de dos ecuaciones de dos variables: despeje y sustituya)                                                                                                                                              | 28        |

|                                                                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>9. Semana 15 - Sesión 1</b>                                                                                    | <b>30</b> |
| 9.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (despejar variables que pueden incluir distribuir y luego factorizar)       | 30        |
| 9.2. Momento 2: Solucionar problemas (con ecuaciones cuadráticas y despeje-sustituya) . . . . .                   | 31        |
| 9.3. Momento 3: Relación entre la factorización de $ax^2 + bx + c$ y la solución de $ax^2 + bx + c = 0$ . . . . . | 32        |
| <b>10.Semana 15 - Sesión 2</b>                                                                                    | <b>33</b> |
| 10.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (solucionar ecuaciones de tipo $\sqrt[n]{x} = d$ ) . . . . .               | 33        |
| 10.2. Momento 2: Solucionar problemas . . . . .                                                                   | 34        |

## 1. Semana 11 - Sesión 1

### Momento 0: Retroalimentación del parcial 2

#### 1.1. Momento 1: Polinomios (división de polinomios)

**Ejercicio 1:** Realice la división exacta:  $(20x^2 + 7x - 6) \div (5x - 2)$  y verifique su resultado.

**Ejercicio 2:** Realice la división inexacta  $(6x^2 - 14x - 38) \div (3x + 5)$  y verifique su resultado.

**Ejercicio 3:**  $\frac{6x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 35x + 7}{2x^2 + 7} = ?$

**Ejercicio 4:**  $(6x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 35x + 7) \div (3x^2 - 5x + 1) = ?$

**Ejercicio 5:** Realice la operación:  $(18r^2 - 19r - 17) \div (9r + 4)$ .

**Ejercicio 6:** Realice la división  $(4x^4 - 5x^2 + 8x - 9) \div (2x - 1)$  y verifique su resultado.

**Ejercicio 7:**  $\frac{12w^4 - 9w^3 - 16w^2 + 12w}{4w^2 - 3w} = ?$

**Ejercicio 8:**  $\frac{8x^2 + 14x + 3}{2x - 1} = ?$

**Ejercicio 9:**  $\frac{4t^4 + 3t^3 - 22t^2 - 12t + 23}{t^2 - 4} = ?$

## 1.2. Momento 2: Expresiones racionales con denominador $a \pm bx$ (dominio de definición)

**Ejercicio 10:** ¿Cuál es el dominio de definición de  $\frac{h+5}{h-2}$ ? Encierre su respuesta en un círculo.

(a)  $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$

(b)  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

(c)  $\mathbb{R} \setminus \{-5, 2\}$

(d)  $\mathbb{R}$

**Ejercicio 11:** Considere las siguientes expresiones racionales:

(a)  $\frac{4u}{u-5}$

(b)  $\frac{4(u-5)}{u-5}$

(c)  $\frac{3d-1}{3d}$

(d)  $\frac{7+k}{7+k}$

(e)  $\frac{50+\ell}{\ell-\sqrt{2}}$

1. ¿Cuál es el *dominio de definición* de cada una? Es decir, qué valores puede tomar la variable para que la expresión esté definida?
2. ¿Cuál(es) de esas expresiones puede(n) simplificarse? ¿Cómo cambia el dominio de definición luego de simplificar?

**Ejercicio 12:** ¿Cuál es el dominio de definición de las siguientes expresiones racionales?

(a)  $\frac{x-1}{5-6x}$

(b)  $\frac{y^3}{6y+3}$

(c)  $\frac{w-2}{w-2}$

**Ejercicio 13:** Determine el dominio de definición de la expresión algebraica  $\frac{6-\ell}{41\ell} + \frac{5\ell+4}{1-3\ell}$ .

**Ejercicio 14 (opcional):** Cree una expresión algebraica cuyo dominio sea  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ .

## 2. Semana 11 - Sesión 2

**2.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones** (ecuaciones que se reducen a ecuaciones vistas en el corte 2:  $a \pm bx = c$  y  $x^2 = d$ ; despejar cualquier variable en ecuaciones tipo  $a \pm bc = d$ )

**Ejercicio 15:** Solucione las ecuaciones

$$5 = 5(1 - 3r) + 4r - 12$$

y

$$(3 + t)^2 - t^2 = 8$$

**Ejercicio 16:** Solucione la ecuación  $(x - 3)(x + 3) - (x - 3)^2 = 6$  de dos formas distintas.

1. Primero expanda y luego simplifique  $(x - 3)(x + 3) - (x - 3)^2 = 6$

2. Primero factorice el factor común al lado izquierdo y luego simplifique cada factor

$$(x - 3)(x + 3) - (x - 3)^2 = 6$$

**Ejercicio 17:** Solucione la ecuación  $\frac{w(w - 1)}{w - 1} - w = 4 - 7w$ .

**Ejercicio 18:** Solucione la ecuación  $(1 - h)^2 + 2h - 1 = (2h + 3) - (2h + 5)$

**Ejercicio 19:** En cada una de las siguientes ecuaciones, despeje  $b$ :

(1)  $a - b = c$

(2)  $a + bc = d$

(3)  $ab = c$

**Ejercicio 20:** La utilidad ( $U$ ) de un negocio (o las ganancias) se calcula restando los gastos ( $g$ ) de los ingresos ( $i$ ). Exprese eso de tres formas distintas (despejando cada variable).

**Ejercicio 21:** En la ecuación  $a - bc = d$ ,

1. despeje  $a$ :
2. despeje  $b$ :
3. despeje  $c$ :

## 2.2. Momento 2: Plantear ecuaciones (tipo $ax = b$ o $x + a = b$ ; o con dos variables y un número o variable a un lado de la igualdad)

**Ejercicio 22:** Si Ana ganara cuatro veces más de lo que gana hoy, ganaría \$13 680 000. ¿Cuánto gana Ana hoy en día?

1. Escoja la variable y aclare qué representa.
2. Escriba una ecuación.
3. Soluciónela.
4. Interprete el resultado y responda a la pregunta.

**Ejercicio 23:** Hace 18 años Manuel tenía 43 años. ¿Cuántos años tiene Manuel hoy?

Escoja la variable y aclare qué representa. Escriba una ecuación. Soluciónela e interprete el resultado.

**Ejercicio 24:** Compré 6 empanadas. Pagué con un billete de \$20 000 y me devolvieron \$2 900. ¿Cuánto cuesta cada empanada? Escoja la variable y aclare qué representa. Escriba una ecuación. Soluciónela e interprete el resultado. Luego compare su ecuación con la de algún compañero.

**Ejercicio 25:** Cada semana, Bernardo tiene 5 horas de clase más que Natalia. Si Bernardo tiene  $b$  horas de clase a la semana y Natalia tienen  $n$  horas de clase por semana, escriba una ecuación (usando las variables  $b$  y  $n$ ) para representar esta situación.

**Ejercicio 26:** El producto de dos números es 180. Escriba una ecuación para representar esta situación.

**Ejercicio 27:** Una chocolatina cuesta  $c$  pesos y un dulce cuesta  $d$  pesos. Alejandra pagó \$3 200 por 7 chocolatinas y 4 dulces. Escriba una ecuación para representar esta situación.

### 2.3. Momento 3: Expresiones algebraicas (Simplificar expresiones racionales, $\frac{\text{polinomio}}{\text{polinomio}}$ , por medio de factorización usando los métodos aprendidos en el corte 2)

**Ejercicio 28:** Simplifique  $\frac{4x^3 + x^2}{5x - 2x^2}$ .

$$\frac{4x^3 + x^2}{5x - 2x^2} =$$

**Ejercicio 29:** Simplifique las siguientes expresiones:

$$(1) \quad \frac{4m^3}{m^5 - 4m^4 + m^3} =$$

$$(2) \quad \frac{6rt - 2rt^3}{4r^2t + 28rt^2} =$$

$$(3) \quad \frac{6d^3 - 16d^2}{15d - 40} =$$

**Ejercicio 30:** Factorice la expresión  $4a^3 - 4a + a^2b - b$  por reagrupación.

$$4a^3 - 4a + a^2b - b =$$

**Ejercicio 31:** Factorice numerador y denominador usando el método de reagrupación. Luego simplifique.

$$\frac{5x^3 - 15x^2 + 2x - 6}{2x^2 - x - 6x + 3} =$$

**Ejercicio 32:** Un bar fue inaugurado el 14 de febrero del 2017. A medida que pasan las semanas el bar va ganando renombre y fama. El gerente calcula, semana a semana, cuánta gente entra al bar y cuál es el ingreso por concepto de entrada. Concluye que en la semana  $n$ , entran al bar  $23 + 9n$  personas y los ingresos generados por entradas al bar son de  $414\,000 + 162\,000n$  pesos.

1. ¿Cuántas personas entraron al bar en la semana 8? ¿Cuáles fueron los ingresos por entradas en la semana 8? ¿Cuánto costaba la entrada al bar esa semana?
2. Cree una expresión algebraica para expresar lo que cuesta la entrada al bar en la semana  $n$ .
3. Evalúe su expresión algebraica para las semanas 8, 11 y 52.
4. ¿Cuál es la unidad de la razón  $\frac{\text{ingresos por entradas al bar}}{\text{número de personas que entran}}$ ?
5. Muestre que la razón  $\frac{\text{ingresos por entradas al bar}}{\text{número de personas que entran}}$  es constante (no depende de la semana). Muéstrelo algebraicamente (usando factorización).
6. ¿En qué semana los ingresos (por concepto de entradas) fueron de \$6 570 000? ¿Cuánta gente entró esa semana?



### 3. Semana 12 - Sesión 1

#### 3.1. Momento 1: Radicales y Exponentes racionales

**Ejercicio 1:** Simplifique y calcule las siguientes expresiones numéricas (sin usar la calculadora):

(a)  $(4^{3/5})^5 =$

(b)  $\frac{55^{3/2}}{55^{1/2}} =$

(c)  $6^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{5}{2}} =$

(d)  $\left(\frac{1}{5} \times 5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{5}} =$

**Ejercicio 2:** A partir de los tres ejemplos dados, concluya cuál es la fórmula:

$$\sqrt[5]{-14} = (-14)^{\frac{1}{5}} \quad \sqrt[18]{2033} = 2033^{\frac{1}{18}} \quad \sqrt{5} = 5^{1/2}$$

Fórmula general:  $\sqrt[n]{a} =$

**Ejercicio 3:** Use la calculadora para verificar los ejemplos del ejercicio anterior. Hágalo de dos formas distintas:

1. Usando la tecla  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  (quizás en su calculadora no es una tecla directa sino que debe usar SHIFT).
2. Usando el exponente racional.

Por ejemplo, para mostrar que  $\sqrt[3]{-8} = (-8)^{\frac{1}{3}}$  escribimos en la calculadora “3 $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ (-8) =” por un lado, y por el otro, escribimos “(-8)  $\wedge$  (1  $\div$  3) =”. En ambos casos obtenemos -2.

**Ejercicio 4:** Escriba  $\sqrt[20]{-1}$  usando exponentes racionales. Verifique (usando la calculadora) que  $\sqrt[20]{-1}$  no está definido.

**Ejercicio 5:** Simplifique y calcule las siguientes expresiones numéricas (sin usar la calculadora):

(a)  $(\sqrt[7]{0.5})^{14} =$

(b)  $256^{\frac{1}{4}} =$   
(use el hecho de que  $4^4 = 256$ )

(c)  $64^{\frac{1}{2}} - 64^{\frac{1}{6}} =$

**Ejercicio 6:** Simplifique la expresión numérica  $\sqrt[4]{20} \times \sqrt{20}$  hasta escribirla como  $20^r$ .

$$\sqrt[4]{20} \times \sqrt{20} =$$

**Ejercicio 7:** Simplifique los siguientes radicales

(a)  $\sqrt[3]{81} =$

(b)  $\sqrt{1000} =$

(c)  $\sqrt[4]{2^4 \cdot 3^5 \cdot 6 \cdot 8^8} =$

### 3.2. Momento 2: Solucionar ecuaciones (solucionar ecuaciones de tipo $x^n = d$ )

**Ejercicio 8:** (1) ¿Qué número(s) al cubo da(n) 27? (2) Solucione la ecuación  $k^3 = 27$ .

**Ejercicio 9:** (1) ¿Qué número(s) a la 4 da(n) 16? (2) Solucione la ecuación  $z^4 = 16$ .

**Ejercicio 10:** Solucione las siguientes ecuaciones y verifique.

(a)  $r^6 = 15\,625$

(b)  $-256 = t^4$

(c)  $256 = t^4$

(d)  $y^3 = 125$

(e)  $y^3 = -125$

(f)  $1400 = x^{17}$

**Ejercicio 11:** Solucione la ecuación  $h^3 = 345\,600$  y simplifique la solución (es decir, escriba la solución como  $a\sqrt[b]{b}$  con  $b$  el entero más pequeño posible).

$$h^3 = 345\,600$$

**Ejercicio 12:** Solucione la ecuación  $w^4 = 5.0625 \times 10^{-16}$ . Dé la solución en notación estándar y en notación científica. Verifique su respuesta usando la calculadora.

$$w^4 = 5.0625 \times 10^{-16}$$

**Ejercicio 13:** Un televisor de 50 pulgadas tiene 43.6 pulgadas de largo. ¿Cuál es su alto?

Para solucionar este problema, definimos la variable,  $a$ , el alto del televisor y luego planteamos una ecuación. Cuando a uno le dicen las dimensiones de una pantalla en una sola medida uno-dimensional, se refieren a la diagonal. Así, usamos el teorema de Pitágoras para plantear la ecuación  $a^2 + (43.6)^2 = 50^2$ . Soluciónela e interprete la solución.

**Ejercicio 14:** Un tanque de agua cúbico tiene un volumen de  $24\text{ m}^3$ . ¿Cuánto mide cada lado del tanque?

**Ejercicio 15:** Considere un cuadrado. Al aumentar un lado de un cuadrado en 4 cm y disminuir el otro lado en 4 cm, se obtiene un rectángulo de área  $48 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál era el área del cuadrado original?

Para solucionar este problema, definimos la variable,  $x$ , el lado del cuadrado original. La ecuación que se plantea es:

$$(x + 4)(x - 4) = 48$$

1. Entienda y explique la ecuación (es decir, ¿qué es el  $x + 4$ ?, ¿qué es el  $x - 4$ ?, ¿por qué se multiplican?, ¿por qué se iguala a 48?).

2. Soluciónela e interprete el resultado.

3. ¿Cuál era el área del cuadrado original?

### 3.3. Momento 3: Polinomios (problemas geométricos de división de polinomios; factorizar polinomios de grado 2 con coeficiente principal igual a 1 sin usar aún fórmula cuadrática)

**Ejercicio 16:** Un rectángulo tiene área  $12t^4 - 6t^3 - 69t^2 + 36t - 18$ . Uno de sus lados mide  $4t^2 - 2t + 1$ . ¿Cuánto mide el otro lado?

**Ejercicio 17:** Una caja tiene un volumen de  $462 \text{ cm}^3$ . Las dimensiones de la base son  $6 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$ . ¿Cuánto mide la altura?

**Ejercicio 18:** Una caja tiene ancho de  $x + 1$  centímetros. El largo mide 2 centímetros más que el ancho. El volumen es  $2x^3 + 3x^2 - 14x - 15$ . ¿Cuál es la altura?

**Ejercicio 19:** Una caja tiene base cuadrada. Su altura es  $5r + 2$  y tiene un volumen de  $45r^3 - 102r^2 + 32r + 32$ .

1. ¿Cuál es el área de la base?

2. ¿Cuáles son las dimensiones de la base? (Ayuda: piense en productos especiales!)

**Ejercicio 20:** Factorice  $t^2 + 4t - 12$ .

**Ejercicio 21:** Factorice los siguientes polinomios de grado 2.

(1)  $r^2 - 9r - 10$

(2)  $p^2 - 13p + 40$

(3)  $q^2 + 12q + 36$

**Ejercicio 22:** Factorice los siguientes polinomios:

(1)  $x^2 + 4x - 32$

(2)  $y^2 + 13y + 12$

(3)  $z^2 - 7z + 12$

(4)  $w^2 - 25$

**Ejercicio 23:** Use factorización para simplificar la expresión racional  $\frac{x^2-4}{2+x}$ .

$$\frac{x^2 - 4}{2 + x} =$$

**Ejercicio 24:** Simplifique la expresión racional:

$$\frac{3y - 2}{9y^2 - 6y + 4} =$$

**Ejercicio 25:** Simplifique la expresión racional:

$$\frac{z^2 - 2z - 8}{z^2 - 16} =$$

**Ejercicio 26:** Simplifique las siguientes expresiones:

$$(1) \quad \frac{a^2 - 9a + 18}{a^2 - 6a + 9} =$$

$$(2) \quad \frac{3b^2 - 15b}{b^2 - 3b - 10} =$$

$$(3) \quad \frac{4c^2 - 1}{4c^2 + 4c + 1} =$$

## 4. Semana 12 - Sesión 2

### 4.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones ( $p(x) = 0$ , con $p(x)$ ya factorizado con factores lineales; con variables a ambos lados de la ecuación)

**Ejercicio 27:** Si  $(y-2)(y+5) = 0$ , ¿qué podemos asegurar? ¿Cómo solucionamos la ecuación  $(y-2)(y+5) = 0$ ?

**Ejercicio 28:** Solucione las siguientes ecuaciones.

$$(1) \quad (2a - 1)(4 - a) = 0$$

$$(2) \quad b^2(5b + 2) = 0$$

$$(3) \quad 5(d + 16) = 0$$

**Ejercicio 29:** ¿Funciona también si no se está igualando a cero? Por ejemplo, si tenemos  $(x + 1)(x + 3) = 8$ , ¿podemos separarlo en  $x + 1 = 8$  y  $x + 3 = 8$ ? Solucione, verifique y concluya.

**Ejercicio 30:** Solucione las siguientes ecuaciones.

$$(1) \quad (2 - 3c)(2c + 3) = 0$$

$$(2) \quad 3h(6h - 1) = 0$$

$$(3) \quad (x + 2)(3x - 4)(5 - 6x) = 0$$

**Ejercicio 31:** Determine el dominio de definición de cada una de las siguientes expresiones.

1. Dominio de definición de  $\frac{\ell^2(\ell - 3)}{(\ell + 1)(\ell - 5)}$ :

2. Dominio de definición de  $\frac{(\ell + 1)(\ell - 5)}{\ell^2(\ell - 3)}$ :

**Ejercicio 32:** Solucione la ecuación  $2x^2 - 10x + 35 = 3(x - 3)^2 + 8x$ .

**Ejercicio 33:** A continuación se muestran tres formas distintas de solucionar la ecuación  $x^3 - 1 = 2x^3$ . En equipos de tres, cada uno escoja una, estúdiela (en 1 minuto) y explíquela a los otros dos (un minuto cada uno). Explique qué pasó en cada paso de la solución. Que comience el que escogió el procedimiento más corto.

$$\begin{aligned} x^3 - 1 &= 2x^3 \\ x^3 - 1 - 2x^3 &= 2x^3 - 2x^3 \\ -x^3 - 1 &= 0 \\ -x^3 - 1 + x^3 &= 0 + x^3 \\ -1 &= x^3 \\ \sqrt[3]{-1} &= x \\ -1 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 1 &= 2x^3 \\ x^3 - 1 - 2x^3 &= 2x^3 - 2x^3 \\ -x^3 - 1 &= 0 \\ -x^3 - 1 + 1 &= 0 + 1 \\ -x^3 &= 1 \\ x^3 &= -1 \\ x &= \sqrt[3]{-1} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 1 &= 2x^3 \\ x^3 - 1 - x^3 &= 2x^3 - x^3 \\ -1 &= x^3 \\ \sqrt[3]{-1} &= x \\ -1 &= x \end{aligned}$$

**Ejercicio 34:** Solucione, de manera individual, la ecuación  $4t^4 + t - 0.5 + t = 2t + 3t^4$ . Al terminar, comparta su proceso y su solución con un compañero.

## 4.2. Momento 2: Solucionar problemas (planteando ecuaciones con una variable y dos operaciones)

**Ejercicio 35:** Esta semana Jerónimo tiene 6 horas más de clases que el doble de lo que tiene su hermano Mateo.

1. Si Mateo tiene 12 horas de clase esta semana, ¿cuántas tiene Jerónimo?
2. Si Jerónimo tiene 12 horas de clase esta semana, ¿cuántas tiene Mateo?

**Ejercicio 36:** Si Lucía tuviera 16 seguidores más en Twitter, tendría tres veces más de los que tiene Felipe.

1. Suponga que Lucía tiene  $\ell$  seguidores y Felipe tiene  $f$  seguidores. Escriba una ecuación para expresar la situación descrita.
2. Suponga que Lucía tiene 848 seguidores, ¿cuántos tiene Felipe?
3. Suponga que Felipe tiene 31 seguidores, ¿cuántos tiene Lucía?

**Ejercicio 37:** Julieta compró cuatro gaseosas y un paquete de papas de \$1 140 por \$6 000. ¿Cuánto costaba cada gaseosa?

Defina la variable; plantee la ecuación; soluciónela; y responda a la pregunta.

#### 4.3. Momento 3: Relación entre variables (en contexto y sin ecuaciones; primera definición de proporcionalidad directa; ¿cuándo puedo usar la regla de tres?)

**Ejercicio 38:** Considere un recipiente cilíndrico, apoyado sobre su base, que se está llenando de agua:

1. ¿Qué cosas son variables en esta situación?
2. Al aumentar la altura del agua, ¿aumenta el volumen de agua?
3. Si la altura del agua se duplica, ¿el volumen de agua también se duplica?  
Hacer un dibujo puede ayudarlo a pensar.
4. La altura del agua y el volumen de agua, ¿son directamente proporcionales?
5. ¿Podríamos aplicar la regla de tres para solucionar el siguiente problema? En caso afirmativo, resuélvalo usando la regla de tres.  
“Cuando la altura del agua es 15 cm el volumen de agua es de  $60 \text{ cm}^3$ . ¿Cuál es la altura del agua cuando el volumen es de  $72 \text{ cm}^3$ ?”

**Ejercicio 39:** Considere un recipiente esférico, que se está llenando de agua:

1. Al aumentar la altura del agua, ¿aumenta el volumen de agua?
2. Si se duplica la altura del agua, ¿el volumen de agua se duplica?  
Hacer un dibujo puede ayudarlo a pensar.
3. La altura del agua y el volumen de agua, ¿son directamente proporcionales?
4. ¿Podríamos aplicar la regla de tres para solucionar el siguiente problema? En caso afirmativo, resuélvalo usando la regla de tres.  
“Cuando la altura del agua es 10 cm el volumen de agua es de  $30\text{ cm}^3$ . ¿Cuál es el volumen de agua cuando la altura es de 20 cm?”

**Ejercicio 40:** Considere un círculo:

1. Al aumentar el radio, ¿aumenta el área?
2. Si se duplica el radio, ¿se duplica también el área?  
Hacer un dibujo puede ayudarlo a pensar.

**Ejercicio 41:** Imagine que va caminando a velocidad constante.

1. Si el tiempo que dura caminando crece, ¿la distancia recorrida crece?
2. Si el tiempo que dura caminando se duplica, ¿se duplica la distancia?
3. Plantee un problema en este contexto en el que se pueda usar regla de tres para solucionarlo.

**Ejercicio 42:** En una cierta empresa existen sólo dos salarios: el que se le paga al gerente y el que se le paga a todo el resto de los empleados. Suponga que al gerente se le paga, siempre, \$1 500 000 más que al resto de los empleados.

1. Si el salario de los empleados aumentara, ¿aumentaría el salario del gerente?
2. Si el salario de los empleados se duplicara, ¿se duplicaría el salario del gerente?



## 5. Semana 13 - Sesión 1

### 5.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones ( $p(x) = 0$ por medio de factorización: factor común, $x^2 + bx + c$ , reagrupación, productos especiales)

**Ejercicio 1:** Solucione las siguientes ecuaciones

(1)  $k^2 - 6k = 0$

(2)  $h^2 - 6h = 7$

**Ejercicio 2:** Solucione las siguientes ecuaciones

(1)  $a^2 - 6a - 27 = 0$

(2)  $0 = b^3 - 2b^2 + b$

**Ejercicio 3:** ¿Para qué valores de  $a$  está definida la expresión  $\frac{1 - a^2}{a^2 - 6a - 27}$ ?

**Ejercicio 4:** Solucione las siguientes ecuaciones

(1)  $c^2 + 15c + 44 = 0$

(2)  $3d^4 = 27d^3 + 30d^2$

**Ejercicio 5:** Solucione la ecuación  $x^4 + 3x^3 - 8x - 24 = 0$

**Ejercicio 6:** ¿Cuál es el dominio de definición de las siguientes expresiones racionales?

$$(1) \frac{8-5a}{a^2+12a}$$

$$(2) \frac{b^7-7b^3}{4b^2(b-6)(3b-1)}$$

$$(3) \frac{5c-2}{c^2-1}$$

$$(4) \frac{25-d^2}{d^2+4d-21}$$

$$(5) \frac{3h+h^3}{h^{11}+19}$$

## 5.2. Momento 2: Relación entre variables (con ecuaciones y tablas; determinar proporcionalidad directa y uso de la regla de tres)

**Ejercicio 7:** Considere la ecuación  $y = 1.5x$ .

- Complete la tabla:

|     |   |   |   |   |     |     |     |      |
|-----|---|---|---|---|-----|-----|-----|------|
| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | $x$ | ... | $2x$ |
| $y$ |   |   |   |   | ... |     | ... |      |

- “Cuando una variable se duplica, ¿la otra también se duplica?”. Justifique su respuesta.

**Ejercicio 8:** Considere la ecuación  $h = a^2$ .

- Complete la tabla:

|     |   |   |   |   |     |     |     |      |
|-----|---|---|---|---|-----|-----|-----|------|
| $a$ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | $a$ | ... | $2a$ |
| $h$ |   |   |   |   | ... |     | ... |      |

- ¿Son  $a$  y  $h$  directamente proporcionales?

**Ejercicio 9:** En una cierta empresa existen sólo dos salarios: el que se le paga al gerente y el que se le paga a todo el resto de los empleados. Suponga que al gerente se le paga, siempre, \$1 500 000 más que al resto de los empleados.

- Cuando el salario del empleado se duplica, ¿también se duplica el salario del gerente?

Para responder a la pregunta, haga una tabla de valores primero y luego analice el caso general (con variables).

**Ejercicio 10:** Suponga que va caminando a velocidad constante. La ecuación que relaciona velocidad, distancia y tiempo es:  $d = v \times t$  (que viene de despejar  $d$  en  $v = \frac{d}{t}$ ).

1. Cuando el tiempo del recorrido se duplica, ¿también se duplica la distancia recorrida?
2. ¿Puede usar la regla de tres para solucionar el siguiente problema? En caso afirmativo, solúcelo.  
“Lorena camina a velocidad constante. Recorre 2.4 km en 45 minutos. ¿Cuánto recorrería en una hora?”

**Ejercicio 11:** Un tanque cilíndrico, apoyado sobre su base, se va llenando de agua. El volumen de agua está dado por la ecuación  $V = \pi r^2 h$ , donde  $r$  es el radio de la base del tanque y  $h$  es la altura del agua.

1. Cuando la altura se duplica, ¿también se duplica el volumen?
2. Cuando el radio de la base se duplica, ¿también se duplica el volumen?
3. Se tienen dos cilindros de radio 15 cm. Uno tiene altura 60 cm y volumen  $42\,411.5 \text{ cm}^3$  aproximadamente. El otro tiene una altura de 1 m 20 cm. ¿Cuál es su volumen?  
¿Se puede usar regla de tres para solucionar este problema? si no  
Independientemente de su respuesta, solúcelo.
4. Se tienen dos cilindros de altura 80 cm. Uno tiene un radio de 18 cm y volumen  $81\,430.1 \text{ cm}^3$  aproximadamente. El otro tiene un radio de 9 cm. ¿Cuál es su volumen?  
¿Se puede usar regla de tres para solucionar este problema? si no  
Independientemente de su respuesta, solúcelo.

### 5.3. Momento 3: Expresiones algebraicas (Simplificar expresiones racionales, $\frac{\text{polinomio}}{\text{polinomio}}$ , por medio de factorización usando los métodos aprendidos en el corte 2 y factorización de cuadráticas)

**Ejercicio 12:** Simplifique las siguientes expresiones:

$$(1) \frac{9x^3 - 36x^2y + 36xy^2}{3x^2 - 6xy} =$$

$$(2) \frac{8w - 12w^2 + 14 - 21w}{(4w)^2 - 49} =$$

$$(3) \frac{k^2 + 3k - 18}{k^2 + 14k + 48} =$$

## 6. Semana 13 - Sesión 2

### 6.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (de tipo $a(b \pm cx) = d$ de dos formas; de tipo $\frac{a}{x} = b$ )

**Ejercicio 13:** Solucione las siguientes ecuaciones de dos formas distintas

|                          |                    |                        |                    |
|--------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|
| (a)                      | $0.5(4x - 7) = 12$ | (b)                    | $4 = 3(5 - y)$     |
| Divida entre 0.5 primero | Distribuya primero | Divida entre 3 primero | Distribuya primero |

**Ejercicio 14:** Solucione la ecuación  $16 = 4(10 - 3z)$  de dos formas distintas.

**Ejercicio 15:** Solucione las siguientes ecuaciones

|                                 |                         |                                  |                                                                               |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| (1) $\frac{3}{A} = \frac{5}{4}$ | (2) $0.1 = \frac{1}{p}$ | (3) $-\frac{3}{7} = \frac{2}{v}$ | (4) $\frac{4 \times 10^2}{t} = \frac{2.4 \times 10^{-6}}{1.5 \times 10^{-3}}$ |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|

**Ejercicio 16:** La ecuación  $v = \frac{d}{t}$  expresa una relación entre velocidad, distancia y tiempo. Expresa la relación entre estas tres variables de otras dos formas (despejando cada variable).

### 6.2. Momento 2: Solucionar problemas (planteando ecuaciones con una sola variable que puede aparecer a ambos lados de la ecuación; con varias variables que fácilmente se reducen a una)

**Ejercicio 17:** Dentro de 36 años, Esperanza tendrá el triple de la edad que tiene hoy.

1. Escriba una ecuación en donde  $e$  representa la edad de Esperanza hoy.
2. Soluciónela e interprete el resultado.

**Ejercicio 18:** En este nuevo trabajo, Antonio gana \$135 000 menos que en el anterior. Ahora gana 93 % de lo que ganaba antes.

1. Escriba una ecuación en donde  $A$  representa el sueldo que Antonio ganaba antes.
2. Soluciónela e interprete el resultado.

**Ejercicio 19:** Desde que me enfermé estoy trabajando semanalmente el 64.1 % de lo que trabajaba, es decir, 28 horas menos que antes. ¿Cuántas horas por semana trabajaba antes? ¿Cuántas horas por semana trabajo ahora?

**Ejercicio 20:** La suma de dos números consecutivos es 111. ¿Cuáles son esos dos números?

**Ejercicio 21:** La suma de dos números *impares* consecutivos es 328. ¿Cuáles son esos dos números?

**Ejercicio 22:** El perímetro de un rectángulo cuya altura es el 30 % de la base es 15.6 m. ¿Cuales son las dimensiones del rectángulo?

**Ejercicio 23:** El área de un triángulo cuya base es el doble de la altura es  $80 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto miden su altura y su base?

## 7. Semana 14 - Sesión 1

**7.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones** ( $ax^2+bx+c=0$  usando la fórmula cuadrática; despejar cualquier variable en ecuaciones tipo  $\frac{a\pm b}{c}=d$ ,  $\frac{a}{b\pm c}=d$ ,  $\frac{a}{b}\pm c=d$  o  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ )

**Ejercicio 1:** Para cada una de las siguientes ecuaciones, determine si tiene solución y, en ese caso, cuántas soluciones tiene.

(1)  $6x^2 - 5x + 3 = 0$

(2)  $r^2 + 4r - 1 = 0$

(3)  $t - 2t^2 + 5 = 0$

(4)  $49w^2 - 42w + 9 = 0$

**Ejercicio 2:** Use la fórmula cuadrática para solucionar:  $64y^2 + 176y + 121 = 0$

**Ejercicio 3:** Use la fórmula cuadrática para solucionar las siguientes ecuaciones.

(1)  $6p^2 = 7p + 5$

(2)  $9k^2 + 10k + 6 = 0$

(3)  $7z^2 + 8z = 7$

**Ejercicio 4:** Solucione las siguientes ecuaciones usando la fórmula cuadrática y también factorizando:

|                          | Factorizando | Fórmula cuadrática |
|--------------------------|--------------|--------------------|
| $81y^2 + 100 - 180y = 0$ |              |                    |
| $z^2 + 55 = 56z$         |              |                    |
| $v^2 = 16$               |              |                    |

**Ejercicio 5 (más práctica):** Solucione las siguientes ecuaciones usando la fórmula cuadrática y también factorizando:

(1)  $b^2 - 4b - 32 = 0$

(2)  $4c^2 + 4c + 1 = 0$

(3)  $25 - d^2 = 0$

(4)  $0 = f^2 - 2f - 35$

**Ejercicio 6:** Solucione las siguientes ecuaciones

(a)  $\frac{2}{w-1} = 7$

(b)  $1 = 8 - \frac{3}{2+h}$

(c)  $\frac{t}{1-t} = 6$

**Ejercicio 7:** En la ecuación  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,

(1) despeje  $a$

(2) despeje  $b$

**Ejercicio 8:** Al prescribirle a un niño un medicamento, el médico debe tener en cuenta la edad del niño,  $e$ , y la dosis que normalmente se le prescribe a un adulto,  $D$ . Así, la dosis para el niño,  $d$ , está dada por la siguiente ecuación:

$$d = \frac{De}{e + 12}$$

1. ¿Cuál debe ser la unidad del 12 que aparece en la ecuación?
2. Si la dosis para adultos de un cierto medicamento es de 300 mg, ¿cuál será la dosis de ese mismo medicamento para un niño de 7 años? Verifique las unidades.

(continuación del Ejercicio 8)

3. Si a un niño de 10 años le prescribieron 15 ml de cierta droga, ¿cuál es la dosis del adulto?
4. A los adultos se les da 8 ml de cierto medicamento. Suponga que a una niña se le da 3.2 ml de esa misma droga. ¿Cuántos años tiene la niña?
5. Despeje  $e$  en la ecuación (y escriba  $e$  en términos de  $d$  y  $D$ ).

**Ejercicio 9:** En la ecuación  $\frac{a+b}{c-d} = e$ ,

(1) despeje  $a$

(2) despeje  $d$

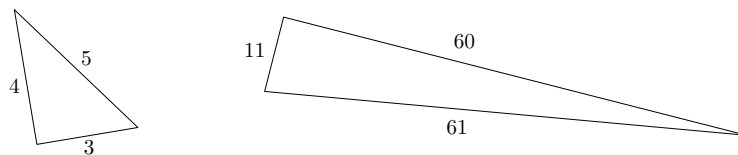
## 7.2. Momento 2: Relaciones entre variables (razones y proporciones; segunda definición de proporcionalidad directa; ¿cuándo puedo usar la regla de tres?)

**Ejercicio 10:** Una receta para cuatro personas requiere de 75 g de mantequilla. ¿Cuánta mantequilla se necesita si se quiere preparar esa receta para 10 personas?

1. Justifique por qué puede usar la regla de tres (piense en proporcionalidad directa).
2. ¿Cuál es la razón que se mantiene constante? ¿Cuál es su unidad?
3. ¿Al solucionar qué ecuación (igualdad entre razones) surge la regla de tres?



**Ejercicio 11:** Considere los triángulos dados.



1. Muestre que ambos triángulos son rectángulos (usando el teorema de Pitágoras) y marque el ángulo recto.
2. Úselos para mostrar que en triángulos rectángulos, el cateto corto y el cateto largo no son directamente proporcionales.

**Ejercicio 12:** Un tarro de 3 L de pintura alcanzó para pintar  $5.7 \text{ m}^2$  de pared.

1. ¿Son “cantidad de pintura” y “área de pared pintada” directamente proporcionales?
2. Calcule la razón  $\frac{\text{cantidad de pintura}}{\text{área de pared pintada}}$  y especifique su unidad.
3. Calcule la razón  $\frac{\text{área de pared pintada}}{\text{cantidad de pintura}}$  y especifique su unidad.
4. ¿Cuántos litros de pintura fueron necesarios para pintar  $34.2 \text{ m}^2$  de pared?

**Ejercicio 13:** Un taxista cobra una tarifa fija por el servicio y, adicionalmente, una tarifa fija por metro recorrido. Si por una carrera de 5 kilómetros cobró \$12 600, ¿cuánto cobrará por una carrera de 7 kilómetros?

**Ejercicio 14:** Un arquitecto realiza un plano con una escala de 3 cm : 95 cm (es decir, 3 cm en el plano representan 95 cm en la realidad). Si en el plano se está representando una sala de juntas rectangular con dimensiones 6.40 m de largo y 3.75 m de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la sala en el plano?

**Ejercicio 15:** Con dos botellas de gaseosa logro llenar  $5\frac{2}{3}$  vasos. ¿Cuántas botellas necesito para llenar 51 vasos?

### 7.3. Momento 3: Solucionar problemas

Para resolver los siguientes problemas usted debe:

- (1) Identificar las incógnitas y darles un nombre.
- (2) Plantear una ecuación a partir del contexto.
- (3) Solucionar la ecuación.
- (4) Interpretar el resultado y dar respuesta al problema.
- (5) Opcional (pero altamente recomendado!): Verifique!

Los siguientes problemas fueron tomados del libro Matemáticas Básicas (de Adelina Ocaña y Mario Ernesto Pérez).

**Ejercicio 16 (ej 1 pág 159):** La suma de dos números impares consecutivos es 340. ¿Cuáles son los dos números?

**Ejercicio 17 (ej 2 pág 159):** La suma de tres números enteros consecutivos es 307 menos 5 veces el menor. ¿Cuáles son los números?

**Ejercicio 18 (ej 3 pág 159):** El número de varones que hay en la orquesta es 8 más que el doble de mujeres. Si 80 varones tocan en la orquesta, ¿cuántas mujeres hay?

**Ejercicio 19 (ej 7 pág 159):** Cinco personas recolectan naranjas en canastas. La primera recogió  $\frac{1}{3}$  del total, la segunda  $\frac{1}{4}$ , la tercera  $\frac{1}{5}$ , la cuarta  $\frac{1}{6}$ , y la última solamente 9 naranjas. ¿Cuántas recogió cada una de las cuatro primeras personas?

## 8. Semana 14 - Sesión 2

**8.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (con variables a ambos lados que se reducen**  
**a**  $ax^2 + bx + c = 0$  **o a**  $dx^n(ax^2 + bx + c) = 0$ )

**Ejercicio 20:** Solucione las siguientes ecuaciones:

(a)  $5h^2 + 30h - 10 = -5 + 6h$

(b)  $r^5 + 10r^4 + 21r^3 = 0$

**Ejercicio 21:** Solucione la ecuación  $\frac{70}{p+1} = p - 2$ .

**Ejercicio 22:** Solucione las siguientes ecuaciones (muestre el proceso):

(1)  $2c = \frac{8}{3c - 11}$

(2)  $\frac{r}{3} = \frac{r+1}{r}$

(3)  $\frac{a}{a-2} = 2a + 5$

**Ejercicio 23:** Solucione la ecuación  $(r+2)^2 - (3r-1)^2 = 4 - r$

**Ejercicio 24 (más práctica):** Solucione las siguientes ecuaciones

(a)  $15t(t - 1) = 22t + 8$

(b)  $\frac{2t^6+7t^4}{5} = 3t^5$

**Ejercicio 25:** Solucione las ecuaciones

$(x + 3)^2 - 10 = 0$

$(x + 3)^2 + 10 = 0$

$(x + 3)^2 - 81 = 0$

## 8.2. Momento 2: Solucionar problemas (a partir de dos ecuaciones de dos variables: despeje y sustituya)

**Ejercicio 26:** La suma de dos números es 34.8 y la suma del doble de uno con el triple del otro es 246.32. ¿Cuáles son esos números?

1. Plantee dos ecuaciones a partir del texto.
2. Despeje una variable en una ecuación y sustituya en la otra. ¿Qué ecuación obtiene?
3. Solucione la ecuación que obtuvo.
4. Use el valor de esa incógnita para encontrar la otra incógnita.
5. Concluya y verifique.

**Ejercicio 27:** Un circo ofrece valores distintos para las boletas de niños y de adultos. Un grupo de 3 niños y 2 adultos pagó \$93 500. Otro grupo de 5 niños y 3 adultos pagó \$148 500. ¿Cuánto cuesta la boleta de un niño? ¿Cuánto cuesta la boleta de un adulto?

**Ejercicio 28:** En el concurso Lápiz de Acero participaron estudiantes de la carrera de Diseño y de la carrera de Publicidad. En total participaron 127 estudiantes (de esas dos carreras). La carrera de Diseño cuenta con 25 estudiantes más que la de Publicidad. En el concurso participó 16 % de los estudiantes de Diseño y 25 % de los estudiantes de Publicidad. ¿Cuántos estudiantes de cada carrera participaron?

## 9. Semana 15 - Sesión 1

### 9.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (despejar variables que pueden incluir distribuir y luego factorizar)

**Ejercicio 1:** Einstein encontró la relación entre la energía  $E$  y la masa  $m$  de un determinado sistema:  $E = mc^2$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío (aproximadamente  $3 \times 10^8$  m/s).

1. ¿Cuántos metros recorre la luz en un segundo? ¿Cuántos kilómetros en un segundo? ¿Cuál es la velocidad de la luz en km/h?

2. Despeje  $m$

3. Despeje  $c$

**Ejercicio 2:** La resistencia  $R$  de un cable se calcula  $R = \frac{\rho \times l}{s}$ , donde  $\rho$  es un coeficiente que depende del material del cable,  $l$  es la longitud del cable y  $s$  es el área del corte transversal.

1. Despeje  $\rho$

2. Despeje  $s$

**Ejercicio 3:** En la ecuación  $\frac{a-b}{c} = b$

1. Despeje  $a$

2. Despeje  $b$

3. Despeje  $c$

**Ejercicio 4:** En la ecuación  $\frac{a-b}{c} = c$ , despeje  $c$ .

**Ejercicio 5:** Para despejar  $y$  en la ecuación  $x = \frac{y+1}{3y-2}$ , siga las instrucciones paso a paso:

1. Multiplique a ambos lados por  $(3y-2)$ .
2. Distribuya en el lado izquierdo de la ecuación.
3. Haga las operaciones necesarias para dejar a la izquierda todos los términos con  $y$  y a la derecha todos los términos sin  $y$ .
4. Factorice  $y$ .
5. Divida a ambos lados por  $(3x-1)$ .

**Ejercicio 6:** Despeje  $y$  en las siguientes ecuaciones.

$$(1) \quad x = \frac{y-3}{5y+2}$$

$$(2) \quad x = \frac{x+1}{3y-2}$$

**Ejercicio 7 (más práctica):** Despeje  $x$  en  $y = \frac{x+1}{3x-2}$ .

## 9.2. Momento 2: Solucionar problemas (con ecuaciones cuadráticas y despeje-sustituya)

**Ejercicio 8:** El área de un rectángulo cuya base es 5 mm más larga que la altura, es 6 mm<sup>2</sup>. ¿Cuánto miden su altura y su base?

**Ejercicio 9:** El perímetro de un cuadrado (en cm) es igual a su área (en cm<sup>2</sup>). ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado?

**Ejercicio 10:** Un poster tiene un lado un lado 15 cm más corto que el otro. Su área es de  $5\,494\text{ cm}^2$ . ¿Cuáles son las dimensiones del poster?

**Ejercicio 11:** Lucas le lleva 6 años a Mariana. Hace 10 años, cuando comenzaron a salir, el producto de sus edades era 520. ¿Cuántos años tiene cada uno?

**Ejercicio 12:** Para construir una ventana rectangular se necesita un vidrio  $2.035\text{ m}^2$  y  $5.9\text{ m}$  de marco para los bordes. ¿Cuáles son las dimensiones de la ventana?

### 9.3. Momento 3: Relación entre la factorización de $ax^2 + bx + c$ y la solución de $ax^2 + bx + c = 0$ .

**Ejercicio 13:** Solucione las siguientes ecuaciones (usando factorización y fórmula cuadrática)

$$t^2 + 9t - 52 = 0$$

$$25x^2 - 20x + 4 = 0$$

$$r^2 - r + 3 = 0$$

$$w^2 + 2w - 7 = 0$$



### Conclusiones:

- Cuando la ecuación cuadrática no tiene solución: ¡no puede factorizarse!
- En algunos casos, la ecuación si tiene soluciones, pero no puede factorizarse con los métodos aprendidos.
- En otros casos, puede factorizarse con los métodos aprendidos, pero toma mucho tiempo encontrar la factorización.
- **La fórmula cuadrática, en cambio, es un método infalible para encontrar las soluciones de una ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ ; la factorización sólo funciona a veces.**

**Ejercicio 14:** Factorice  $24t^2 - 954t - 240$ . Ayuda: Solucione la ecuación  $24t^2 - 954t - 240 = 0$  y use el resultado para factorizar.

**Ejercicio 15:** Factorice, si se puede,  $7h^2 + 45h - 12$ .

**Ejercicio 16:** Factorice, si se puede,  $13m^2 - 2m + 8$ .

**Ejercicio 17:** Factorice  $1\,296w^2 - 45\,000w + 390\,625$

## 10. Semana 15 - Sesión 2

### 10.1. Momento 1: Solucionar ecuaciones (solucionar ecuaciones de tipo $\sqrt[n]{x} = d$ )

**Ejercicio 18:** Solucione las siguientes ecuaciones:

$$\sqrt{k} = 12$$

$$\sqrt[5]{\ell} = 12$$

$$\sqrt[12]{m} = 5$$

$$\sqrt[12]{n} = -5$$

$$\sqrt[7]{v} = -1$$

**Ejercicio 19:** Solucione las siguientes ecuaciones:

$$(a) \sqrt{p-3} = 8$$

$$(b) \sqrt[4]{5t+1} = 4$$

$$(c) \sqrt[3]{h} = h$$

## 10.2. Momento 2: Solucionar problemas

Los ejercicios marcados con un \* fueron tomados del libro Matemáticas Básicas (de Adelina Ocaña y Mario Ernesto Pérez).

**Ejercicio\* 20 (ejercicio 4 página 159):** Encuentre dos números tales que uno sea los tres séptimos del otro y que la suma sea 600.

**Ejercicio\* 21 (ejercicio 6 página 159):** Un boleto de entrada a un circo vale el doble para un adulto que para un niño. Si en total se pagaron \$95 500 por la entrada de 17 personas, de las cuales 9 eran adultos, ¿cuál es el costo del boleto para un adulto y cuál para un niño?

**Ejercicio\* 22 (ejercicio 1 página 171):** Dos albañiles cobran \$972 000 por una obra realizada conjuntamente. El primero trabajó 96 días y el segundo 120 días. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

**Ejercicio\* 23 (ejercicio 9 página 159):** Una persona invierte \$2 500 000 en acciones. Una parte del dinero la invierte a una tasa del 6.5 % y el resto al 9 %. Si el interés proveniente de estas dos inversiones suma \$191 050, ¿cuánto dinero invirtió en cada tasa?

**Ejercicio\* 24 (ejercicio 5 página 159):** Se cuenta con 42 cajas, en las que se pueden empacar 5 o 7 raquetas en cada una. Se han empacado un total de 250 raquetas; ¿cuántas cajas de cada clase se utilizaron?

**Ejercicio 25:** Consuelo le da mensualmente a su mamá el 16 % de su sueldo. Esto equivale a \$648 000 menos que la cuarta parte de su sueldo. ¿Cuánto gana Consuelo? ¿Cuánto le da a su mamá mensualmente?

**Ejercicio 26:** Omar y Paola se van a casar. Contando a todos sus familiares, hay 180. Pero el presupuesto que tienen sólo alcanza para invitar 100 familiares. Por lo tanto, Omar sólo va a invitar al 50 % de su familia y Paola sólo va a invitar al 75 % de su familia. ¿Cuántos familiares tiene cada uno?

**Ejercicio 27:** Diego contrató a dos personas para sellar los 400 sobres que debe sellar. Una vez finalizado el trabajo Diego le paga \$32 670 pesos a uno y \$75 330 al otro (proporcional a cuántos sobres selló cada uno). ¿Cuántos sobres selló la persona que recibió \$75 330?

**Ejercicio 28:** Se inicia con un rectángulo cuyo largo es tres veces más largo que el ancho. Si el ancho se incrementa en 5 cm y al largo se reduce en 1 cm, el área de este nuevo rectángulo es de  $22.75 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál era el área del rectángulo original?

**Ejercicio 29:** Una hoja de papel tiene un área de  $609 \text{ cm}^2$ . Los márgenes superior e inferior son de 3 cm y los márgenes laterales son de 2 cm. El área impresa (es decir, la hoja sin los márgenes), es  $391 \text{ cm}^2$ . ¿Cuáles son las dimensiones de la hoja?